



BAYESIANISMO E TEOLOGIA: UMA INTRODUÇÃO AOS USOS E LIMITES EM DEBATES RECENTES

Bayesianism and Theology: an introduction to uses and limits in recent debates

Francisco Dário de Andrade Bandeira*



* Formado em Teologia, graduado, mestre e doutorando em Filosofia pela Universidade Federal do Ceará (UFC).

Contato:
darioband@gmail.com

RESUMO:

O artigo apresenta as noções centrais da elaboração de uma argumentação bayesiana subjetiva. Partindo de elementos históricos que envolvem o bayesianismo e a atividade apologética, exploramos um modelo do teorema de Bayes indicando aspectos que lhe subjazem. Em seguida, destacamos usos do teorema por filósofos e apologetas cristãos, expondo duas objeções ao uso do bayesianismo. Finalmente, essas objeções são examinadas a partir das noções filosóficas de “informação” e “restrições”. Daí poderão emergir elementos para uma argumentação apologética probabilística.

Palavras-chave: Teorema de Bayes, Teologia apologética.

ABSTRACT:

The article presents the central notions of the elaboration of a subjective bayesian argument. Starting from historical elements that involve bayesianism and apologetic activity, we explore a model of Bayes' theorem indicating aspects that underlie it. Next, we highlight uses of the theorem by christian philosophers and apologists, exposing two objections to the use of bayesianism. Finally, these objections are examined from the philosophical notions of "information" and "restrictions". Hence elements for a probabilistic apologetic argument may emerge.

Keywords: Bayes' theorem, Apologetic theology..

1 – INTRODUÇÃO

Este artigo pode ser entendido como a extensão de uma investigação anterior que buscou contribuir para a constituição de uma importante etapa do método teológico. Na ocasião, foi defendido que uma compreensão mais técnica sobre a noção de *informação* poderia contribuir para a justificativa de acesso ao sentido de um dado relato das Escrituras. Desse modo, o intérprete/hermeneuta de nossos dias poderia, sob certas condições linguísticas, obter acesso ao sentido que o autor bíblico quis comunicar e aplicá-lo à sua época. Mas, uma vez que os eventos bíblicos ocorreram há milhares de anos, que certezas ou garantias poderiam ser oferecidas de que realmente ocorreram? A resposta a essa questão veio, em certa medida, da arqueologia bíblica. No entanto, novas ferramentas de trabalho surgiram e, agora, é possível defender certos eventos apelando para análises probabilísticas. É nesse contexto que se situa esta pesquisa, uma vez que procura apresentar as linhas gerais de usos do bayesianismo pela teologia/apologética.

O século XX viu ressurgir um ramo de estudos probabilísticos baseados no teorema de Bayes (1762), que combinado com o desenvolvimento da informática, ganhou grande repercussão por sua capacidade de prever as chances de ocorrência ou não de certos eventos, dado um conjunto de informações prévias, *a priori*. Tal vertente de estudos probabilísticos tem sido utilizada amplamente nas ciências. A presente investigação procura, então, apresentar uma introdução ao bayesianismo em sua vertente subjetiva, relacionando-o especialmente a alguns usos teológicos que têm empregado esse ramo do estudo das probabilidades como auxílio na constituição de argumentos apologéticos, embora tais noções/conceitos e associações tenham recebido importantes críticas.

O trabalho segue então a seguinte disposição: após uma introdução a alguns aspectos da vida de Thomas Bayes, apresentamos o teorema que leva seu nome. Expõe-se, então, como uma vertente do debate teológico tem usado tal ferramenta, nomeadamente a apologética. Mostramos em seguida como o bayesianismo tem sido adotado para argumentar em favor da fundamentação da crença na existência de Deus, a defesa da possibilidade de milagres ocorrerem, a verdade sobre a historicidade de eventos e personagens bíblicos. Considerando o desenvolvimento da exposição, sugerimos, ao fim dessa parte, algumas linhas gerais que podem servir de auxílio no uso do teorema

para a constituição de uma dada metodologia teológica/apologética. Segue-se, então, uma apresentação panorâmica de algumas objeções ao raciocínio bayesiano, bem como algumas sugestões de respostas a tais críticas e a indicação de alguns fatores que estão em jogo na abordagem bayesiana. Ao final, apresentamos algumas reflexões sobre as possibilidades e limites dos temas explorados no artigo.

Ao longo do trabalho, cabe ter por claro que o raciocínio bayesiano constitui suas verdades em graus, pois na medida em que um índice inicial é confirmado ou rejeitado, o bayesiano deve ajustar esse grau de crença, e isto como veremos, impactará o resultado do cálculo das chances de ocorrência de um dado evento. Passemos então à primeira etapa, onde são apresentadas as informações gerais sobre a vida e influências do autor do teorema de Bayes¹.

2 - THOMAS BAYES, FRS²: CLÉRIGO E MATEMÁTICO

Em 2001, uma série de eventos marcou o tricentenário de nascimento do clérigo e matemático inglês Thomas Bayes (1701?–1761). Talvez o motivo principal para tais comemorações se deva a um estudo de Bayes publicado postumamente por meio de seu amigo Richard Price (1723-1791), no qual ele propõe um teorema probabilístico para resolução de alguns problemas. O trabalho foi apresentado para publicação na *Royal Society* da Inglaterra em 1763, suscitando críticas e usos para outros campos de estudos como a filosofia e a teologia.

¹ Conforme Jaynes (2003), o Teorema de Bayes é uma fórmula matemática simples usada para calcular probabilidades condicionais. Ela aparece proeminentemente nas abordagens subjetivistas ou bayesianas da epistemologia, estatística e lógica indutiva. Os subjetivistas, sustentam que a crença racional é governada pelas leis da probabilidade, inclinam-se fortemente para as probabilidades condicionais em suas teorias da evidência e seus modelos de aprendizagem empírica. O Teorema de Bayes é central para essas abordagens, uma vez que simplifica o cálculo das probabilidades condicionais e porque esclarece características significativas da posição subjetivista. De fato, para Jaynes (idem), o insight central do Teorema - de que uma hipótese é confirmada por qualquer corpo de dados que a sua verdade torne provável - é a pedra angular de toda metodologia subjetivista.

² **Membro da Royal Society** (em inglês: *Fellow of the Royal Society - FRS*) é um [título honorífico](#) concedido a [cientistas](#) notáveis e também um tipo de afiliação da *Royal Society* para o Melhoramento do Conhecimento Natural. Disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/Membro_da_Royal_Society. Acesso: 04/03/2020.

Conforme R. D. Bellhouse (2004, p. 3), professor de estatística na *University of Western Ontario*, no contexto da redação científica de uma biografia, é impossível entender o trabalho de uma pessoa, a menos que você entenda alguma coisa de seu caráter e a menos que você entenda algo de seu ambiente. Por ambiente Bellhouse pensa num conjunto de eventos sociais e políticos que são próprios de uma dada época. Nesse sentido, apresentamos a seguir algumas informações centrais sobre a pessoa e o mundo em viveu o reverendo Thomas Bayes. Cabe notar, conforme destaca Bellhouse (idem), que há divergências entre as biografias escritas sobre Thomas Bayes. Ciente dessas dificuldades, o autor procura tanto esclarecer quanto apresentar possíveis convergências para tais conflitos ao longo de seu trabalho. Para fins desse trabalho, será suficiente a apresentação das linhas gerais da vida e obra de Bayes, explorando os aspectos religiosos e mais técnicos de seus estudos.

2.1 - O contexto religioso e as origens

Thomas Bayes foi um ministro presbiteriano oriundo das conturbadas dissidências religiosas associadas aos inconformistas ingleses, fatos estes que se deram entre o final dos séculos XVII e XVIII. Por volta de 1660, cerca de 2000 pastores se recusaram a cumprir os termos da lei do Ato de Uniformidade envolvendo o Livro de Oração Comum e foram expulsos de suas posições eclesiásticas. Como esclarece Bellhouse (2004, p. 2), muitos desses clérigos passaram a ser “adotados” como capelães particulares por nobres locais, podendo assim continuar pregando e ministrando a seus seguidores, conforme suas próprias compreensões religiosas. O termo “não-conformista”³ ou “dissidente” recebe o nome dos eventos decorrentes desse período. Observa-se que, embora estes grupos

³Bellhouse (2006, p.4-5) oferece um bom resumo de como se foram ajustando as demandas religiosas na Inglaterra nessa época: “No ano seguinte à revolução de 1688, que colocou William e Mary no trono da Inglaterra, foi aprovado um Ato de Tolerância que permitia aos não-conformistas ou dissidentes protestantes a liberdade de culto. Uma condição era que as casas de reunião não-conformistas, ou capelas, como seriam posteriormente conhecidas, precisavam ser licenciadas para adoração. Esse livre culto não foi estendido aos católicos romanos. Além disso, todos os não-conformistas foram proibidos de ocupar cargos públicos e foram excluídos das universidades. Como resultado dessa proibição, os ministros não-conformistas desenvolveram suas próprias instituições, chamadas academias dissidentes, para a educação daqueles que desejam ingressar no ministério e para filhos de membros de congregações não-conformistas ou dissidentes. As melhores dessas academias rivalizavam com as universidades em termos de qualidade da educação. Filhos de pais não-conformistas também foram enviados para universidades escocesas, onde a proibição não estava em vigor, ou para a Holanda, geralmente a Universidade de Leiden.” (Tradução nossa).

possam ser situados a partir do evento em 1660, o caráter teológico e institucional deles origina-se na verdade, do movimento puritano do século XVI. No final do século XVII, haviam quatro grupos distintos que haviam evoluído das origens puritanas: presbiterianos, congregacionalistas (ou independentes), batistas e quakers.

Thomas Bayes veio de uma proeminente família não-conformista de Sheffield, no norte da Inglaterra. Bem antes de Thomas nascer, a família havia feito sua fortuna no setor de talheres, pelo qual a cidade era famosa. Bellhouse (ibidem, p. 5-7) fornece ricas e detalhadas informações a respeito das origens e influências na vida Bayes. Em nossos dias, aqueles que visitam a Inglaterra podem conhecer a casa onde Bayes morou por 30 anos (1731-1761). Na frente da casa há uma identificação⁴ que diz o seguinte: “*Thomas Bayes (1702-1761) Ministro não-conformista e matemático. Originador da teoria estatística da probabilidade, a base da maioria das técnicas de pesquisa de mercado e pesquisa de opinião. Morou aqui 1731-1761. Quarto centenário.*” (Tradução do autor).

2.2 - Desenvolvimentos acadêmicos

Conforme Bishop (2012), por volta de 1733, Thomas Bayes (1702-1761) foi o ministro da Capela Presbiteriana na cidade termal inglesa de Tunbridge Wells. Mas, concordando com Bellhouse, Bishop também observa que há certa controvérsia sobre o modo de classificar esses aspectos da vida de Bayes; alguns o nomeiam como reverendo, outros como pregador popular.

Como não-conformista, esclarece Bishop⁵(2012), Bayes foi impedido de frequentar as universidades inglesas, então começou a estudar em 1719 na Universidade de Edimburgo⁶, na Escócia. De acordo com Bellhouse (2004, p. 9), é razoável que Bayes

⁴ Disponível em: <https://www.brethrenarchive.org/on-the-brethren-trail/places/tunbridge-wells/house-of-thomas-bayes/> Acesso: 20/01/2020.

⁵ Dale *apud* Bellhouse (2004, p. 7) esclarece que como o ministério na Igreja da Inglaterra não era de interesse para Bayes, nem Oxford nem Cambridge eram uma opção aberta para ele, Thomas Bayes seguiu um dos caminhos educacionais que eram possíveis aos não-conformistas de sua época. Assim, ele recebeu instrução para o ministério presbiteriano da Universidade de Edimburgo, entrando naquela universidade em 1719. (tradução do autor).

⁶ Dale *apud* Bellhouse (2004, p.7) esclarece que como o ministério na Igreja da Inglaterra não era de interesse para Bayes, nem Oxford nem Cambridge eram uma opção aberta para ele, Thomas Bayes seguiu um dos caminhos educacionais que eram possíveis aos não-conformistas de sua época. Assim, ele recebeu

tenha estudado com James Gregory, descendente de uma família de eminentes matemáticos que foram professores em Edimburgo, Oxford e Aberdeen. Mas a principal razão pela qual Bayes estava em Edimburgo era estudar teologia/divindade e se preparar para o ministério. Bayes entrou no Divinity Hall em 1720, e claramente, era a intenção da família que Thomas ingressasse no ministério; foi seu pai quem o recomendou para a escola de divindade. Em 1742, tornou-se membro da Royal Society após defender Isaac Newton contra o bispo Berkeley. As cartas, ressalta Bishop (*idem*), confirmam indiretamente a centralidade da Stanhope na eleição de Bayes para a Royal Society⁷. Elas também fornecem evidências de que Thomas Bayes fazia parte de uma rede de matemáticos inicialmente centrados em Stanhope.

Esses elementos da vida de Thomas Bayes fornecem uma breve amostra do percurso intelectual de nosso autor. Algumas curiosidades sobre o desenvolvimento do teorema de Bayes ainda serão fornecidas nesse trabalho. Informações mais detalhadas podem ser encontradas em Dale (2003) e Bellhouse (2004). Passemos, agora, à apresentação do que certamente talvez seja a mais notável contribuição do pastor protestante não-conformista Thomas Bayes: o teorema de Bayes.

3 - O TEOREMA DE BAYES

O bayesianismo diz respeito a uma teoria racional de constituição de graus de crença que faz uso da teoria matemática das probabilidades. Conforme Wilde e Williamson (2016, p. 180), há divergências sobre que normas governam tais níveis racionais de crença. Ainda para Wilde e Williamson (*idem*), no contexto da pesquisa epistemológica, os esforços bayesianos podem então ser organizados em três vertentes: a) o bayesianismo estritamente subjetivo; b) bayesianismo subjetivo empiricamente e c)

instrução para o ministério presbiteriano da Universidade de Edimburgo, entrando naquela universidade em 1719. (tradução do autor).

⁷Nesse contexto, Bellhouse (2004, p. 23) ressalta que “A fama de Bayes se baseia em um resultado em probabilidade publicado postumamente (Bayes, 1763a). Foi o amigo de Bayes, Richard Price, que comunicou [sobre a existência do artigo] através de John Canton à Royal Society dois anos após a morte de Bayes em 1761. Uma razão para o atraso na publicação foram as circunstâncias pessoais [religiosas e técnicas] de Price na época.” (Tradução e destaques do autor).

bayesianismo objetivo. A noção aqui adotada está centrada nas duas primeiras vertentes em função de como teólogos têm desenvolvido seus argumentos probabilísticos.

Há um número muito amplo de versões do teorema de Bayes. Uma vez que a argumentação teológica aqui abordada está em diálogo com as ciências, será adotada nesse trabalho a versão apresentada em Chalmers (2012). Conforme Mcgrayne (2011), o bayesianismo figura de modo proeminente em nossos dias, embora tenha suscitado polêmicas e ficado em obscuridade durante quase 200 anos. Em contexto mais técnico, figura de modo central em abordagens subjetivistas de epistemologia, estatística e lógica indutiva. Por subjetivismo entende-se que é possível sustentar que a crença racional é governada pelas leis da probabilidade, em especial probabilidades condicionais. Por sua vez, a probabilidade condicional como ainda será explorada, é introduzida no estudo das probabilidades para medir as chances da ocorrência de eventos, dado que outros eventos ocorreram, ou na condição de outros eventos terem ocorrido⁸. Noutros termos, esse tipo de cálculo de probabilidade condicional parte de *informações* passadas para analisar uma questão presente, podendo acarretar novos níveis atualizáveis de crença futura. Desse modo, são gerados e atualizados os parâmetros de inferência e decisão dentro de um quadro de referência. Como veremos, parte do raciocínio bayesianismo possui forte apelo às informações passadas. De fato, para os bayesianos, tais informações são o ponto de partida para analisar um dos eventos, atribuir um nível de crença e obter suas chances de ocorrência. Nesse debate, devemos ter por claro que uma dada informação ocorre sempre num dado contexto ou *framework*. Isso é consequência do fato de que dadas restrições naturais ou que são produzidas linguisticamente, influenciam o modo como tal “informação” foi gerada ou deve ser interpretada e aplicada. Embora fuja ao escopo desse trabalho, a importância dessas restrições para a constituição de significados e da compreensão destes por um dado agente é outro elemento central quando pensamos na tarefa de interpretação de eventos. Essas relações ainda serão exploradas numa seção posterior.

⁸Para pensarmos num caso de interesse histórico e teológico, um pesquisador poderia se perguntar quais as chances ou probabilidades de um dado evento ou personagem ter ocorrido ou existido. Seria o caso de uma questão do tipo: Quais as chances de Jesus de Nazaré ter sido um personagem histórico? Ou ainda, considerando as fontes, qual a probabilidade de Jesus ter ressuscitado? Um exemplo desse tipo de debate pode ser encontrado em Carrier (2012).

Membro da Royal Society, Thomas Bayes desenvolveu um teorema que ficou conhecido como “regra de Bayes” ou “teorema de Bayes”. Conforme Matthews (2016, grifo nosso), em síntese, o teorema prevê que: “*o novo nível de crença sobre algo, decorre do velho nível de crença, acrescido do peso da nova evidência informativa*”, para constituição de uma nova crença. De acordo com Chalmers (2012, p. 160-172), a forma básica do teorema pode ser expressa assim:

$$P(A/B) = P(B/A) \times P(A) / P(B)$$

onde:

$P(A/B)$ é a probabilidade condicional de A ocorrer dado que B ocorreu.

De modo geral, a probabilidade condicional $P(A/B)$, é a probabilidade que queremos encontrar. Ela busca expressar a proporção da probabilidade de que B, seja verdadeira, que “contém” a probabilidade de que A também seja verdadeira. Em outros termos, indaga-se: qual a probabilidade de B ocorrer, dado que A? Assim, já $P(B/A)$ corresponde à probabilidade de B ser verdadeiro dado a evidência de que A é verdade, multiplicado por $P(A)$, que corresponde a probabilidade de A ter ocorrido independente da evidência. Por fim, isso é dividido por $P(B)$ que é a probabilidade de que a afirmação que descreve um evento seja verdadeira, independente de $P(A)$ ser ou não verdadeira, isto levando em conta teorias/argumentos contrários. Nas palavras de Chalmers (2012, p. 165), o teorema de Bayes “concerne às probabilidades condicionais, ou seja, probabilidades de proposições que dependem das provas que suportam as ditas proposições”. E ainda: “A premissa de base para a aplicação do Teorema de Bayes ao raciocínio científico é a constatação de que as *informações* (grifo nosso) obtidas por meio da observação ou não, exercem um papel essencial para confirmar ou infirmar uma hipótese”, destacam Portugal e Hermann (2014, p. 118). Por exemplo, as probabilidades atribuídas por um apostador a cada corredor numa competição, estarão condicionadas inicialmente, digamos por K , o conhecimento que o apostador possui sobre cada corredor, os cavalos, a pista, etc. Após cada nova corrida, o apostador obtém novas informações, atualizando assim o seu nível de crença. Desse modo, as ditas probabilidades, conforme Chalmers (idem), serão alteradas à luz de novas informações advindas das condições de cada corredor ou resultados. Portanto, destaca Chalmers (ibidem), “o teorema de Bayes prescreve como se devem modificar as probabilidades à luz de novas provas” ou novas

informações, que ainda será explorado, ocorrem mediante uma rede de restrições naturais e ou linguísticas.

É comum os enunciados e relações do teorema causarem espanto num primeiro contato, mas vejamos um exemplo que deverá auxiliar na compreensão dos axiomas e como funcionam as relações dos modos de atribuição dos graus de crença que estão em jogo no teorema. Ademais, isso também deverá nos permitir entender uma das principais críticas ao bayesianismo. Passemos, então, por meio de um caso hipotético, à exposição de como procedem os que seguem a lógica de trabalho de viés bayesiana subjetiva.

Considere que o celular que você deixou sobre a mesa, devido a um descuido de alguém de sua casa, foi derrubado. O celular apaga e não liga, deixando de funcionar. Você decide então levar a uma assistência técnica. Ao chegar na loja, você menciona apenas que o celular não liga e omite o fato de ele ter sido derrubado. Qual então a probabilidade condicional de que o técnico diga acertadamente que o celular está quebrado, baseado no seu relato e não tendo a evidência (direta ou por testemunho) do que aconteceu? Este caso, claramente, é um evento que envolve eventos aleatórios. Vejamos de que maneira os axiomas do teorema de Bayes podem promover a visão probabilística de que o celular está quebrado, dado que ele não liga mais por ter sido derrubado.

Como anunciado, o bayesiano procura responder quais são então as chances de determinados eventos acontecerem, uma vez que outros eventos relacionados já ocorreram. Quais são, digamos, as chances em termos de probabilidade condicional, de que o técnico diga que o celular está quebrado, dado que ele está realmente quebrado (observe que há um feixe de intersecções causais entre estados mentais e os estados de certeza ou conhecimento, tais eventos não são ignorados no uso do teorema), considerando que ele não tem aquela evidência inicial da queda e de que, após isso, o celular não funcionou mais? Para responder a essa questão, devemos abordar o teorema de Bayes⁹ a partir de suas partes, considerando que:

⁹Conforme visto acima e apenas revisando enquanto avançamos, para Chalmers (2012, p.165), a forma básica do teorema é: $P(A/B) = P(B/A) \times P(A) / P(B)$, onde: $P(A/B)$ é a probabilidade condicional de A ocorrer dado que B ocorreu. Essa disposição mede a proporção da probabilidade de que B, seja verdadeira, que “contém” a probabilidade de que A também seja verdadeira. Já $P(B/A)$ corresponde a probabilidade de B ser verdadeiro dado a evidência de que A é verdade, multiplicado por $P(A)$, ou seja, a probabilidade de A ter ocorrido independente de acesso a evidência. Isso tudo dividido por $P(B)$. Aqui temos duas

$P(A/B) = P(B/A) \times P(A) / P(B)$, onde:

A probabilidade a priori: P(A): a probabilidade de um fato ter ocorrido ou não. Digamos que em nosso exemplo do celular, Guilherme estava mexendo no celular da mamãe, e o celular caiu e desmontou-se em algumas partes. Decorre que ao juntar as partes, a mãe da criança vê que o celular não funcionou, então pensa que o aparelho pode ter quebrado ou não. Qual a probabilidade de o celular ter quebrado? Como é um celular de um bom fabricante, digamos Motorola, então as chances de ele ter quebrado são de $P(A)$ 35%. Assim, a chance *defeater* (derrotadora) de ele não ter quebrado, o complementar $P(Ac)$ é de 65%. Logo $P(A) = 35\%$ e $P(Ac) = 65\%$. Nesse instante, alguém poderia indagar: mas como se estabelecem tais níveis de crença para obtenção de tais graus probabilísticos?

Essa é de fato uma questão central no raciocínio bayesiano, ou da probabilidade condicional bayesiana. Uma resposta sucinta a esse questionamento é que no bayesianismo esses valores prováveis são atribuídos diretamente pelo pesquisador, a partir de seu *framework*, daquilo que conhece do contexto ou ambiente. A atribuição do grau de crença deve ocorrer dentro de uma escala que deve variar entre 0 (Zero) e 1 (Um). Se tais crenças são comprovadas, suscitam de modo cumulativo, o aumento na confiança de que outros eventos ocorram ou não. É na adoção desse tipo de procedimento que começam as críticas ao bayesianismo. Mas, mantenhamos apenas em mente por ora, aquilo anunciado sobre a constituição de tais níveis de crença. Isso ajudará a equilibrar a recorrente e justa tensão entre bayesianos e seus críticos. Voltando ao nosso exemplo, alguém poderia atribuir certeza de (.5) ou (.7) a um dado evento, enquanto outrem pensaria em (.55) ou (.65), para um mesmo evento. Isso pode parecer obscuro ou temerário, mas importa ter em mente que o bayesiano opera sob metodologia de graus de crenças ajustáveis a todo instante. Isso quer dizer que de acordo com os resultados obtidos, os parâmetros devem ser atualizados sempre que necessário. Trata-se, portanto, de uma ferramenta de análise muito dinâmica. Tal flexibilidade vem ao encontro de muitas demandas em cenários compostos por eventos complexos em que os resultados

importantes considerações: a- que é a probabilidade de que a afirmação que descreve um evento seja verdadeira, independente de $P(A)$ ser ou não verdadeira. b- que se leve em conta os *defeaters* (derrotadores que violam) as evidências para os graus de crença.

não são equiprováveis. Por fim, mesmo que ocorram as variações, pesquisadores em contextos de ciência normal, concordariam que está em jogo uma maior ou menor propensão dentro de certos limites de referência tomados relativamente ou situados num dado quadro teórico.

Probabilidade condicional: a mãe de Guilherme resolve levar o celular para o sr. Luís, técnico em eletrônica, a quem pede para dar uma olhada e ver se o aparelho quebrou. Como o sr. Luís não sabe ao certo a resposta se o celular quebrou, qual é a chance de o técnico constatar que ele realmente está quebrado, dado que ele não tem acesso à evidência da queda? Qual é então a probabilidade (P) de o sr. Luís saber que o celular quebrou P(B), dado o fato de que ele realmente está quebrado (A)? $P(B/A)$. Em outros termos, qual a probabilidade condicional? Como o sr. Luís é um bom profissional e tem um histórico de acertos bem favorável (dado o testemunho da comunidade), podemos atribuir, digamos, 90% de probabilidade de ele dizer que o celular está quebrado, dado ao fato de que ele está quebrado. Mas, digamos que o sr. Luís está passando algum aperto financeiro (note que esse novo fato age como um *defeater* ou derrotador da crença de 90%), então quais são as chances de ele dizer que o celular está quebrado $P(B/A)$, mesmo que o celular não esteja quebrado (Ac), então o complementar ou contraditório derrotador $P(B/Ac)$, digamos é de 8%. Logo $P(B/A)=90\%$ e $P(B/Ac)=8\%$;

Probabilidade conjunta: é a multiplicação das probabilidades. Qual é a probabilidade de o sr. Luís identificar que está quebrado, sendo que realmente o celular está quebrado? Assim temos: $P(A) * P(B/A)$ – A chance de realmente está quebrado P(A) vezes a chance de ele realmente verificar que está quebrado $P(B/A)$ - $P(A) * P(B/A) = 0,35 * 0,90 = 0,315 * 100 = 22,5\%$, de probabilidades de quê? Do fato de que pode ser que o celular quebre e pode ser que o técnico venha a constatar após uma verificação, que há um problema, no caso, de o celular estar quebrado.

Ressaltando uma relação complementar, expressa por (c): agora tem o contrário, qual é a chance do celular não está quebrado e o sr. Luís (por estar em dificuldades financeiras, lembra do *defeater*?) vir a dizer que está quebrado? Temos então o contrário: $P(Ac) * P(B/Ac) = 0,65 * 0,08 = 0,052 * 100 = 5,2\%$, nesse caso, a chance de o sr. Luís cometer essa desonestidade é muito menor de que se o celular que estiver quebrado, ele diga que não está quebrado. Se o aparelho estiver quebrado, a chance dele poder consertar/constatar é de 22,5%, por outro lado, o aparelho não estando quebrado e

ele -maliciosamente- diagnosticar errado é de 3,75%, isto no contexto da análise dos derrotadores.

Probabilidade *a posteriori* = O teorema de Bayes em ação completa: chegamos então ao momento de poder usar o teorema de modo completo. Isso é obtido calculando-se a probabilidade de $P(A/B)$, ou seja, dado o fato de o sr. Luís ter dito que o celular está quebrado, qual é a probabilidade de realmente o celular está quebrado?

Utilizando os resultados já obtidos, temos:

$$P(A/B) = \frac{P(A) * P(B/A)}{P(A) * P(B/A) + P(A^c) * P(B/A^c)}$$
$$P(A/B) = \frac{0,315}{0,315 + 0,052}$$
$$P(A/B) = \frac{0,315}{0,315 + 0,052} = \frac{0,315}{0,419} = 0,751 = 75,17\%$$

Pelo teorema de Bayes¹⁰, temos, portanto, 75,17% de chances/probabilidades de o sr. Luís ter dito que o celular está quebrado, dado o fato do celular realmente estar quebrado.

Esse é um exemplo doméstico do percurso realizado por bayesianos. Por um lado, realizar essas operações manualmente em atividades técnicas requer muito mais atenção e prática. Há, felizmente, os recursos de hardware e software que têm facilitado os cálculos e ajustes de modo fantástico. Realizada a apresentação do teorema a partir da

¹⁰ Em termos de revisão e fixação de nossa exposição, Ferguson *apud* GU (2018, p.2) nos fornece um resumo técnico e claro das relações presentes no teorema. Diz-nos: “ o teorema de Bayes oferece uma fórmula que **estima a probabilidade de uma hipótese** sobre um evento não observável **multiplicando a probabilidade anterior** da hipótese **pela probabilidade da evidência esperada**, se a hipótese for verdadeira. **A hipótese é dividida ainda por sua própria probabilidade**, além da probabilidade de hipóteses alternativas, que medem a probabilidade da hipótese original não isoladamente, mas em comparação com hipóteses alternativas sobre o evento. **A última parte deste processo**, que mede a probabilidade de hipóteses alternativas, **é particularmente importante**, pois exige que uma hipótese não apenas seja plausível, **mas também seja a explicação mais provável em comparação com explicações alternativas**”. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/328466650_Some_Bayesian_Considerations_of_Arguments_Against_the_Resurrection_Hypothesis. Acesso: 02/03/2020.

versão sugerida por Chalmers (2012), passamos agora à exposição de como alguns teólogos apologetas desenvolvem argumentos bayesianos. Haverá mudança na forma do teorema, mas a lógica operacional, como veremos, será a mesma.

4 - APLICAÇÕES DO TEOREMA DE BAYES À TEOLOGIA E À APOLOGÉTICA

O cálculo probabilístico bayesiano é definido por Gundry e Cowan (2000, p. 23-24), nos seguintes termos: um método formal para calcular a probabilidade de uma certa hipótese, em relação a informações básicas fornecidas. Nesse caso, esclarece Cowan (idem) “o Teorema de Bayes é uma tese específica em cálculo de probabilidade que o leitor encontrará em vários pontos deste livro.” Esse anúncio aparece no livro *Five views on apologetics*. O leitor, ressalta Cowan (ibidem) “não deve ficar frustrado, porque o teorema de Bayes não é realmente tão difícil.” Um exemplo disso, indica Cowan, é a resposta de W. L. Craig a Gary R. Habermas (p. 125-127), que veremos expressa a seguir.

Embora o leitor não esteja familiarizado com o teorema de Bayes ou julgue a representação abaixo longa ou temível de encarar, havendo certa calma em compreender as relações e funções já anunciadas em nossa exposição acima, e agora retomadas sob nova forma no exemplo abaixo, certamente haverá um bom entendimento do tipo de argumentação em jogo. Vejamos com atenção, de maneira progressiva¹¹, a explicação dada por Cowan (2000, p. 23). Para esse percurso, é desejável ter compreendido o modelo e as relações do teorema de Bayes adotado nesse trabalho conforme descrito por Chalmers (2012), dado que sob essa nova versão do teorema incidem novos incrementos.

¹¹ Considerando a introdução ao bayesianismo já fornecida, e sabendo que há certa variação/flexibilidade para adaptar o teorema a outros campos de estudos, mantendo as relações centrais ali requeridas, temos aqui uma explicação detalhada de como ler a fórmula acima. Ela é fornecida por Cowan (2000 p. 24), vejamos: **Começando com o que está à esquerda do sinal de igual**, esse teorema diz que a probabilidade de R, dada a verdade de B e E, é igual (**agora movendo para a direita do sinal de igual**) a probabilidade de R, dado B, multiplicada pela probabilidade de E, dado B e R; **e então tudo isso dividido** pela probabilidade de R, dado B, **multiplicado pela probabilidade de E**, dado B e R, **mais a probabilidade coletiva** das explicações alternativas *ou que contradizem*, **adquirida pela combinação da probabilidade de cada alternativa** Ai, dado B, multiplicado pela probabilidade de E, dado B e Ai. (Tradução e grifos nossos.). Esses passos podem produzir certo pavor, mas cabe ir do mais simples para o mais complexo. Uma estratégia é fazer uma tabela de associação entre LETRAS e EVENTOS que estas representam. Com a tabela em mãos, mantendo em mente as relações em jogo, pode-se avançar progressivamente. Por fim, deve ser lembrado que os resultados obtidos representam uma taxa ou chance aproximativa.

Considerando a representação abaixo, nesse instante, “R” representa, no teorema, “a hipótese da ressurreição” (isto é, a hipótese de que Deus ressuscitou Jesus dentre os mortos). Deixemos “B” representar o conhecimento de fundo (o *background* ou *knowhow*), de alguém (como aquilo que a pessoa adquiriu de certezas para admitir a existência de Deus), “E” representar evidências específicas de “R” (por exemplo, a descrição da tumba vazia da narrativa de ressurreição, etc.) e “Ai” representar várias explicações alternativas¹² (por exemplo, os discípulos roubaram o corpo de Jesus ou que Jesus simplesmente desmaiou na cruz), com $\sum_{i=1}^n$ representando a probabilidade coletiva (somatório) dessas explicações alternativas. Usando esses símbolos, a versão do teorema de Bayes fica assim:

$$\Pr(R/B\&E) = \frac{\Pr(R/B) \times \Pr(E/B\&R)}{\Pr(R/B) \times \Pr(E/B\&R) + \sum_{i=1}^n \Pr(A_i/B) \times \Pr(E/B\&A_i)}$$

A versão apresentada por Cowan é um importante exemplo daquilo que ocorre atualmente no âmbito dos debates envolvendo crenças religiosas. O bayesianismo tem sido adotado como uma forma de argumentação ou de contra-argumentação por autores como Richard Swinburne, W. Lane Craig, Alvin Plantinga (para crítica situada ao bayesianismo) de um lado, e Richard Dawkins (contra o uso do bayesianismo associado à religião) e Richard Carrier (usando o teorema de Bayes contra a crenças da religião), por outro. Nessa esteira, argumentos em favor da existência de Deus, a possibilidade de milagres como a ressurreição dos mortos, ou críticas contra o uso do bayesianismo em favor da religião, têm sido elaborados por muitos autores e autoras dos nossos dias.

Poderia parecer que esses apelos ao teorema de Bayes fossem coisa de uma época de tecnologias e sofisticções, mas algum tempo após a morte de Thomas Bayes, Richard Price¹³ (1723-1791) empreendeu uma leitura, publicação e uso do teorema de Bayes. Em

¹² Essa(s) alternativas funcionam como *defeater*, derrotador da hipótese inicial para a ressurreição. É esperado que um derrotador siga padrões de contexto, estando alinhado com aquilo que procura desacreditar ou mitigar.

¹³ “Richard Price (1723-1791) foi um proeminente ministro dissidente [inglês] e uma figura de destaque no pensamento filosófico e político na segunda metade do século XVIII. Além de publicar sobre uma ampla

seu amplo artigo por ocasião das comemorações dos 300 anos do nascimento de Bayes, D. R. Bellhouse nos relata o interesse filosófico-teológico de Price sobre o trabalho de Bayes. Segundo Bellhouse (2004, p. 24-25), “o que provavelmente motivou Price a trabalhar no manuscrito de Bayes foram as implicações teológicas que Price percebeu no resultado.” Nessa época, observa Bellhouse, “Price estava profundamente imerso em estudos teológicos e filosóficos. (idem). Sobre a compreensão que Price tinha do teorema de Bayes, Price *apud* Bellhouse nos revela que:

...seu objetivo, ao pensar primeiro sobre o assunto [cálculo probabilístico], era ...descobrir um método pelo qual pudéssemos julgar sobre a probabilidade de um evento acontecer, em determinadas circunstâncias, com a suposição de que nada sabemos a respeito, exceto que, nas mesmas circunstâncias, isso aconteceu um certo número de vezes e falhou outro certo número de vezes. [...] Toda pessoa sensata concordará que o problema agora mencionado não é de maneira alguma uma especulação curiosa na doutrina das chances, mas precisa ser resolvido a fim de garantir uma base segura para todos os nossos raciocínios a respeito de fatos passados BELLHOUSE (2004, p. 24, tradução do autor).

Movendo esforços para o campo teológico, Price veio a elaborar uma argumentação contra ninguém menos que David Hume em sua negação da ocorrência de milagres. A história do uso do teorema e das teses e desenvolvimento desse debate foi bem explorada em Earman (2010), Owen (1987) e Poitras (2013).

Apresentadas essas importantes relações entre o bayesiano e os estudos religiosos, e considerando os muitos pressupostos presentes tanto nos fenômenos quanto nas operações no uso do teorema, seguem abaixo algumas observações que podem auxiliar a constituição de uma argumentação bayesiana em sentido amplo. Essas sugestões decorrem da experiência de observação os dois “lados do debate”, onde estão bayesianos e seus oponentes. Em termos gerais, importa destacar que há muitas questões pressupostas ou aninhadas em ambos os lados do debate apologético de cunho bayesiano, bem como grande interesse (dos “dois lados” nas implicações dos resultados obtidos. Por isso, é

gama de assuntos, incluindo ética, política, teologia e teoria das probabilidades, ele também avançou bastante em tabelas atuariais, o que permitiu às seguradoras prever com mais precisão a expectativa de vida das pessoas em suas diferentes circunstâncias. Seu compromisso apaixonado com a causa da liberdade levou-o a assumir um papel público de destaque em várias campanhas, incluindo a remissão das penalidades aos [clérigos] não conformistas e em apoio às revoluções americana e francesa.” MCHAUGHTON (2019). (Destques e tradução do autor).

fundamental para uma boa compreensão dessa argumentação e para usos posteriores dessa metodologia, manter em mente sempre o seguinte:

- a) Na atribuição de um nível de crença inicial que deve estar entre 0 e 1, levam-se em conta fatores como razoabilidade, bom senso e logicidade. Tal constituição do grau de probabilidade deve ser compreendida como ocorrendo entre os portadores de um conjunto de crenças ou ferramentas capazes de serem colocadas à disposição para um dado exame de questões;
- b) Qualquer situação ou evento ocorre sob certas restrições naturais ou linguísticas que ocorrem dentro de um dado *framework* conceitual, conforme destacado por Bandeira (2018, p. 46-53). Uma dada argumentação (seja de ataque ou defesa) portanto, deve levar em conta esses fatores para atribuição ou rejeição de um certo nível de crença;
- c) O raciocínio bayesiano se caracteriza, de acordo com Papineau (2010, p. 305-337), por estabelecer a verdade em graus. Desse modo, na medida em que um valor ou estado “X” é adotado, o aumento ou diminuição do novo nível de crença estará relacionado com o nível anterior. Isto pode soar estranho num primeiro instante, mas segundo Leclerc (2017¹⁴), “isso é o que ocorre de modo generalizado em nossos raciocínios cotidianos e até na ciência; nós somos muito bayesianos, uma vez que é muito comum atualizarmos nossos graus de crença diante de uma nova evidência”;
- d) Conforme Plastino (2017¹⁵), numa argumentação os esforços são de apresentar de maneira clara e bem elaborada as razões para aceitar ou não uma dada posição ou tese. No entanto, adverte o professor, embora sejam cumpridos os requisitos para uma boa argumentação, o convencimento não estará garantido, uma vez que tal processo envolve não apenas razões, mais também emoções e vontades, etc. Estas noções devem ser observadas numa argumentação bayesiana, especialmente quando não for possível o uso de empiria e tecnologias para a fundamentação dos níveis de crenças;

¹⁴ Essa declaração foi feita numa conversa sobre o bayesianismo com o prof. Dr. André Leclerc por ocasião de um encontro num congresso em Florianópolis-SC.

¹⁵ CURSO de introdução à teoria da argumentação. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=MO8XWCsjNjY>. Acesso 06/02/2020.

e) Vale lembrar que bayesianos levam em conta elementos contrários como objeções, hipóteses, teorias (elementos que podem contar para enfraquecer sua argumentação) nas suas atribuições de graus de crença ao elaborar seus cálculos. Isso aparece no teorema sob a noção de *defeater* ou “contraditória”. Sob essa noção podem cair diversas objeções ou contra-argumentos. Portanto, o uso do teorema implica em ser capaz de ouvir objeções e lhes atribuir um nível “Y” de crenças com potencial derrotador, utilizando os fatores mencionados no ponto “a” acima.

Realizada a apresentação de algumas das principais questões que envolvem o raciocínio bayesiano e seu uso na argumentação do debate questões religiosas/apologéticas, destaca-se agora de modo breve uma das principais objeções à metodologia bayesiana, seguindo-se de uma proposta que deve ser vista como uma possibilidade de resposta a tal dificuldade. Isso poderá ser útil aos que desejam explorar o teorema de Bayes e seus possíveis usos.

5 - ALGUMAS OBJEÇÕES AO BAYESIANISMO

Como já destacado, o bayesianismo leva em conta as informações de experiência passada, acrescido da nova evidência, para constituição de um nível de crença provável sobre a ocorrência ou não, de um dado evento, estabelecendo assim uma verdade. Ora, uma crítica bem conhecida e recorrente a essa abordagem (SOBER, 2010; PAPINEAU, 2010; SWINBURNE, 2010), tem sido de que no bayesianismo, a atribuição do grau de crença inicial (*a priori*) para a ocorrência ou não de um dado evento, seria o caráter predominantemente subjetivista de tal procedimento. Essa crítica é também conhecida como o problema do *likelihood a priori*, em referência à questão de como justificar tal modo de constituição de crenças, uma vez que sujeitos A, B e C, podem atribuir níveis de crença diferentes para um mesmo evento ou questão.

Outro conjunto de críticas mais técnicas ao bayesianismo é encontrado, por exemplo, em Bunge (2010, p. 138-174). Bunge foi um cientista muito conhecedor dos avanços e limites das ciências e tecnologias. Defensor de um tipo de realismo científico, compreendia ser possível descrever a realidade ainda que de modo situado, mas que fosse responsável. Suas objeções ao bayesianismo versam a respeito dos possíveis erros de imprecisão bayesianos (objetividade x subjetividade de cálculos), da categorização de tipos ou campos de eventos diferentes indistintamente, sobre o cuidado contra a

introdução de uma linguagem plúmbea na ciência, especialmente contra a capacidade de previsão de resultados, consequências etc. Adentrar a tais questões extrapolaria o espaço aqui disponível. No entanto, consideramos que as críticas de Bunge merecem atenção e devem ser apreciadas por aqueles que se interessarem em compreender melhor as possibilidades e limites do teorema de Bayes, especialmente quando estiverem em diálogo com posições científicas.

Nossa tentativa de contribuição de respostas a essas críticas versa sobre dois temas que serão apenas destacados aqui. Uma exposição mais ampla dessas duas noções pode ser encontrada em Bandeira (2018). De modo geral, consideramos que as pesquisas sobre as noções de “informação” e “*constraints*” podem auxiliar no esclarecimento de conceitos adotados e nos estudos e tratamento de objeções ao bayesianismo. Vejamos como ocorreria tal avanço.

Sobre o problema do estabelecimento dos níveis de crença *a priori*, tal compreensão ocorre em parte, conforme Bandeira (2018, p. 24-40), porque a noção de “informação”, tomada para caracterizar uma experiência passada, tem sido tomada muitas vezes, de modo indiscriminado. Diante dessa objeção, consideramos que uma compreensão mais técnica sobre “informação”, conforme empreendida por Fred Dretske (1981), seria útil aos bayesianos na explicação de sua atribuição de níveis de crença aos eventos passados na medida em que tais crenças são geradas a partir de eventos informativos.

Outra importante noção associada ao termo “informação” é a de *constraints* ou restrições. Barwise e Perry (1983) apresentam um bom estudo sobre os modos de ocorrências das restrições e suas relações com a noção de “informação” de Dretske. O trabalho de Bandeira (2018) contém um resumo da noção de *constraints*.

Decorreria, então, que as certezas bayesianas poderiam vir a ser compreendidas como probabilidade condicional informativa (PCI). A PCI levaria em conta os estudos técnicos sobre “informação” e “*constraints*”, o que, conforme entendemos, abriria espaço para uma argumentação mais ampla em abordagens bayesianas, uma vez que poderiam contar com uma conceituação mais técnica sobre informação e restrições.

6 – CONCLUSÕES

O percurso aqui desenvolvido permite afirmar que estudos que surgem em áreas distintas podem adquirir mútua utilidade, como nas relações entre apologética e teorema de Bayes. Em nosso caso, pesquisas conceituais (matemática) são utilizadas para justificar crenças e ações que envolvem fé, ética, etc. Por outro lado, sabemos que a pesquisa não ocorre num vácuo, isenta de valores e interesses. Isto, por sua vez, exige que se exerça uma crítica sobre aqueles conjuntos de atividades e valores que permeiam as ciências e outras atividades de fomento. Nesse contexto, a religião partindo de *corpus e* em atitude objetivante, apresenta-se como procurando contribuir com temas e conceitos mediadores e propositivos para outros campos do saber. Como visto, essa imbricação não é algo recente, uma vez que encontramos muitos casos em que tais relações ocorreram, especialmente na relação religião e ciência modernas, como no caso de Thomas Bayes, Richard Price e David Hume dentre outros.

Em nossos dias permanece o interesse e a necessidade de afirmação e compreensão entre ideias, valores e crenças. As ciências avançam, produzem novas compreensões, questionamentos, conquistas e ameaças. Renova-se a religião, havendo espaço para múltiplas manifestações, interações e argumentos. Nesses contextos de pluralidade não deixa de haver o risco de interferências mútuas, o que pode ocasionar conflitos, etc. Mas as pesquisas de R. Swinburne, A. Plantinga, W.L.Craig, por exemplo, evidenciam que também há possibilidade de muitas experiências de interação entre saberes, como vemos no uso do bayesianismo como meio de expressão de estados de crença baseados em experiências remotas, mas que são justificadas tanto pela comunicação de um credo como pela participação do indivíduo numa experiência religiosa, sagrada. Isso é possível porque, por um lado, sabemos que religiosos podem ser pessoas de ciência, e que a pessoa secular pode vir a compreender suas muitas necessidades existenciais, encontrando na religião respostas para problemas e questões sociais e pessoais. Disso decorre que a produção de saberes (conceituais, religiosos, tecnológicos, etc.) está sempre associada à necessidade de reflexão sobre suas premissas e consequências.

Nesse trajeto existirão críticas aos argumentos e sistemas propostos. Na tentativa de responder às objeções existe a tensão entre manter as tradições e inserir novas ideias, e, nesse caso, é fulcral definir bem os contextos e regras para então empreender respostas

corretas e equilibradas. Em nossos dias, vê-se que os lados do debate apologético que apelam ao bayesianismo parecem compreender que podem fazer concessões sem necessariamente abandonarem aquilo que lhes é mais caro, sem necessariamente precisar negar ou modificar ideias e valores de início. Talvez, na própria noção de probabilismo esteja uma via promissora de análise, tanto para temas das ciências quanto da religião. Admite-se assim a mútua legitimidade de questões, mas também a possibilidade de correções, adoção de novos compromissos e também a responsabilidade de evitar erros passados.

REFERÊNCIAS

BANDEIRA, F.D.A. **Uma abordagem bayesiana-informacional ao problema do raciocínio indutivo na ciência**. Monografia. UFCA. Ceará, 2018.

BARWISE, Jon. PERRY, John. **Situations and Attitudes**. Cambridge, Massachusetts. MIT press, 1983.

BISHOP, Steve. **God & Math: thinking christianly about math education: christian mathematicians - bayes**. Disponível em: <https://godandmath.com/2012/03/22/christian-mathematicians-bayes/> Acesso 02 mar 2020.

CARRIER, Richard C. **Proving history: Bayes's theorem and the quest for the historical Jesus**. USA. Prometheus Books, 2012.

BELLHOUSE, D.R. **The Reverend Thomas Bayes, FRS: a biography to celebrate the tercentenary of his birth**. *Statistical Science*. 2004, Vol. 19, No. 1, 3–43. IMS. Disponível em: <http://biostat.jhsph.edu/courses/bio621/misc/bayesbiog.pdf>. Acesso: 28 fev 2020.

BUNGE, Mario. **Caçando a realidade: a luta pelo realismo**. Trad. Grita Guinsburg. Perspectiva, SP. 2010.

CHALMERS, Alan. **Qué es esa cosa llamada ciência?** Reimpresión. Madrid, Espanha: Siglo XXI 2012.

DALE, Andrew I. **Most honourable remembrance: the life and work of Thomas Bayes**. USA. Springer, 2003.

EARMAN, John. Bayes, **Hume, price and miracles**. In: SWINBURNE, Richard (ed.). *Bayes's Theorem*. Oxford: Oxford University Press, 91–109. (Proceedings of the British Academy, 113).

DRETSKE, Fred I. **Knowledge & the flow of information**. 2th. Cambridge, MA: MIT, 1981.

GU, H. Bon. **Some bayesian considerations of arguments against the resurrection hypothesis**. Disponível em: https://www.researchgate.net/publication/328466650_Some... Acesso em: 02 mar 2020.

JAYNES, E. T. **Probability theory, the logic of science**. Nova York: Cambridge University Press, 2003.

MATTHEWS, Robert. **Chancing it: the laws of chance and how they can work for you.** Londres, UK: Profile Books, 2016.

MCGRAYNE, S. B. **The Theory That Would Not Die: How Bayes' Rule Cracked the Enigma Code, Hunted Down Russian Submarines, and Emerged Triumphant from Two Centuries of Controversy.** Yale University Press, 2011.

MCNAUGHTON, David. **Richard Price.** Disponível: <https://plato.stanford.edu/entries/>. Acesso 08/03/20.

OWEN, David. **Hume Versus Price on miracles and prior probabilities: testimony and the bayesian calculation”,** *The Philosophical Quarterly.* 37(147), 1987.

PAPINEAU, David. **Filosofia da ciência.** In: BUNNIN, Nicholas; TSUI-JAMES, E. P. (Orgs.). **Compêndios de filosofia.** Tradução Luiz Paulo Rouanet. 3. ed. São Paulo: Loyola, 2010. p. 305-337.

PLASTINO, Caetano. **Curso de Introdução à teoria da argumentação,** 2017. Universidade de São Paulo. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=MO8XWCsjNjY>. Acesso 06/02/2020.

PORTUGAL, Agnaldo Cuoco; HERMANN, Breno. **Raciocínio científico e probabilidade: uma comparação entre o bayesianismo e a estatística do erro.** (UFSC), *Principia* 18 (1): 115–134, (2014).

SOBER, Elliot. **Bayesianism, its Scope and limits** In: SWINBURNE, Richard (ed.). **Bayes's Theorem.** Oxford: Oxford University Press, 91–109. (Proceedings of the British Academy, 113).

SWINBURNE, Richard. **Introduction** In: SWINBURNE, Richard (ed.). **Bayes's Theorem.** Oxford: Oxford University Press, 91–109. (Proceedings of the British Academy, 113).

WILDE, Michael; WILLIAMSON, Jon. **Bayesianism and information.** In: FLORIDI, Luciano org. **The Routledge Handbook of Philosophy of Information.** Cambridge, 2016.